

C-C 细分曲面的交互形状修改

李 涛¹⁾ 周来水¹⁾ 张维中^{1), 2)}

¹⁾ (南京航空航天大学 CAD/CAM 工程研究中心, 南京 210016) ²⁾ (青岛大学信息工程学院, 青岛 266071)

摘 要 为了增强细分曲面的造型功能, 讨论了 C-C 细分曲面的交互形状修改算法。通过实时建立局部坐标系定义 C-C 细分曲面上点、法向量和局部等参数线等约束并将其转化为对控制顶点的约束, 得到全局线性系统, 从而可以在满足不同类型的几何约束时修改曲面的形状。基于最小二乘法和能量优化法给出两种修改算法, 前者可以保持控制顶点扰动量的总和最小, 运行速度快, 适合于局部、精确调整; 后者利用罚函数法给出了能量极小意义下的最优解, 适合于保持光顺性要求的全局修改。两种方法都可以利用广义逆矩阵求得显式解, 具有可逆性、可交换性、结合性等优点, 提高了曲面形状修改的效率和可控性。

关键词 C-C 细分曲面 形状修改 最小二乘 能量优化

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)01-0170-06

Interactive Shape Modification of C-C Subdivision Surfaces

LITao¹⁾, ZHOU Laishui¹⁾, ZHANG Weizhong^{1), 2)}

¹⁾ (CAD/CAM Engineering Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

²⁾ (College of Information Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071)

Abstract To improve modeling ability of subdivision surfaces, interactive shape modification algorithms for C-C subdivision surfaces are discussed. The constraints of points, normal vectors and local isoparametric curves on C-C surfaces, which can be converted into those on control vertices, are specified via setting up local coordinate systems in real-time operation. A global linear system is obtained and the shape of C-C subdivision surfaces can be modified with the various geometric constraints. Two methods based on least-square and energy optimization are presented. The former minimizes the total variation of control vertices. It is fast and suits for local, precise modification. The latter gives the optimal solution to the energy equation with penalty function method and it is a global modification with good fairness. Both methods can be solved explicitly by a pseudo-inverse matrix and are of invertible, commutative, and associative properties, which enhance the efficiency and controllability of the manipulation.

Keywords C-C subdivision surfaces, shape modification, the least-square, the energy minimization

1 引言

细分是一种新兴的曲面造型方法, 因为算法简单、直观、造型能力强等优点而倍受关注, 任意拓扑性的特点使之尤其适合于构造复杂曲面, 因此在计算机图形学、计算机视觉、CAD 等领域得到了广泛的研究与应用。形状修改是曲面造型的一项重要操

作, 特别是在正向设计过程中, 往往难以一次性构造出符合要求的曲面, 需要不断地人机交互, 对表面上某些重要的点、线进行修改, 从而最终达到设计者的要求。因此, 研究直观、高效的曲面修形算法是十分有必要的。作为当今工业标准的 NURBS 曲面, 其形状修改算法已有大量文献做过相应的探讨。Piegl 给出了基于控制顶点修改和基于权因子调整的两种 NURBS 曲面修改方法^[1], 对单点约束的情形进行了

基金项目: 教育部高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划项目 (教人司 [2002] 123 号)

收稿日期: 2006-04-29 改回日期: 2006-09-08

第一作者简介: 李涛 (1978~), 男, 南京航空航天大学航空宇航制造工程专业博士研究生。研究方向为 CAD、CAGD。Email: xiaohide

详细讨论; Au 和 yuen 的方法可以同时修改控制顶点和权因子^[2]; Hu 等人提出了基于几何约束的 NURBS 曲面形状修改方法^[3], 通过求解 Lagrange 方程组可以同时调整多个控制顶点或多条等参数线; Wang 等人提出了分别满足参数点位置、法矢、曲线和面片等约束的 B 样条曲面修改方法^[4]。然而, 关于细分曲面的形状修改算法却没有见到相关的文献 (因为插值型细分本身就插值型值点, 本文所说的细分主要是指逼近型细分)。细分曲面是在样条曲面的基础上推广来的, 具备样条曲面局部性、凸包性和保凸性等优点, 同时与样条曲面又有本质的区别: 细分曲面表达的是任意 2 维流形曲面而非一般的参数曲面, 其生成是基于网格不断加细的极限过程而非参数驱动, 故样条曲面的许多性质 (如具有全局参数域等) 对细分曲面并不适应。同时, 上述文献 [1] ~ [4] 讨论的都是满足同种类型的几何约束时对曲面形状的修改, 有时我们希望可以同时施加多种约束以得到符合要求的曲面, 如让曲面上某条曲线通过某给定曲线的同时曲面上的某一点又通过另指定点, 这对上述算法来说是难以实现的。本文以常用的 C-C (Camull-Clark) 细分曲面^[5]为例, 通过建立局部坐标系交互指定待修改的点和等参数线, 自适应地建立约束方程组, 从而得到可以满足不同类型几何约束的 C-C 细分曲面修改算法。其方法也适合于其他逼近型细分曲面。

2 有边界的 C-C 细分曲面的性质

首先给出几个常用的概念: 控制顶点的价是指与该顶点相连的边的条数; 价为 4 的内部顶点或价为 3 的边界点或价为 2 的边界角点都称为正则点, 其他点称为奇异点; 由正则点围成的四边形网格面称为正则面, 否则称之为奇异面; 控制顶点的 1-邻域是指包含该顶点的所有面的控制顶点的并集; 面的 1-邻域是指该面的所有顶点 1-邻域的并集。

2.1 C-C 细分曲面上任意点的位置与法矢计算

如图 1 所示, 设内部顶点 $v_{i,1}$ 的 1-邻域顶点依次为 $v_{i,2}, v_{i,3}, \dots, v_{i,2N+1}$, 则 $v_{i,1}$ 点的极限位置为^[6]

$$v_{i,1}^\infty = \frac{N^2 v_{i,1} + 4 \sum_{j=1}^N v_{i,2j} + \sum_{j=1}^N v_{i,2j+1}}{N(N+5)} \quad (1)$$

法向量为^[6] $t_1 \times t_2$, 其中

$$\begin{cases} t_1 = \sum_{j=1}^N (A_N c_{2j} v_{i,2j} + (c_{2j} + c_{2(j+1)}) v_{i,2j+1}) \\ t_2 = \sum_{j=1}^N (A_N c_{2(j-1)} v_{i,2j} + (c_{2(j-1)} + c_{2j}) v_{i,2j+1}) \end{cases} \quad (2)$$

$$A_N = 1 + c_2 + c_1 \sqrt{2(9 + c_2)}$$

$$c_j = \cos(j\pi/N) \quad j = 0, 1, \dots, 2N$$

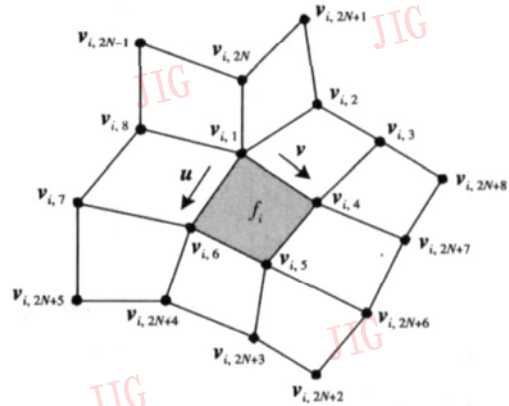


图 1 奇异面的 1-邻域网格

Fig 1 1-neighborhood of extraordinary face

文献 [7] 进一步讨论了奇异点附近的参数化方法: 对奇异面 (如图 1 中的阴影面) 的 1-邻域网格定义的曲面片建立局部坐标系, 奇异点对应于局部坐标原点, u, v 方向如图 1 所示, 对应的任意参数 $(u, v) \neq (0, 0)$ 的点为^[7]

$$S_{k,n}(u, v) = b(u, v)^T P_k \bar{A} V \Lambda^{n-1} V^{-1} C \quad (3)$$

其中, n 对应于参数分割的次数, $k = 1, 2, 3$, $C = (v_{i,1}^T, v_{i,2}^T, \dots, v_{i,2N+8}^T)^T$, $v_{i,j} = (x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})$, $b(u, v) = (b_1(u, v), b_2(u, v), \dots, b_{16}(u, v))^T$, $b_i(u, v) = N_{(i-1)\%4}(u)N_{(i-1)/4}(v)$, $N_i(t)$ 为三次均匀 B 样条基函数, 其他各矩阵的定义参见文献 [7]。

正则面实际上是三次均匀 B 样条曲面, 如图 2 所示, 提取正则面 f_i 的 1-邻域网格, 则 f_i 对应的曲面为 $S_i(u, v) = b(u, v)^T C_i$, 其中

$$C_i = (v_{i,1}^T, v_{i,2}^T, \dots, v_{i,16}^T)^T$$

容易计算任意参数点处的极限位置和法矢, 在此不再赘述。后面关于点约束及法矢约束的讨论也略去了这种简单情形。

2.2 C-C 细分曲面正则边界处的极限性质

对于开网格, 边界点的细分公式与三次均匀 B 样条曲线的相同^[8]。边界边 $v_0 v_1$ 的新 E-顶点为

$$v_E = \frac{1}{2} (v_0 + v_1) \quad (4)$$

边界点 v_0 的新 V 点为

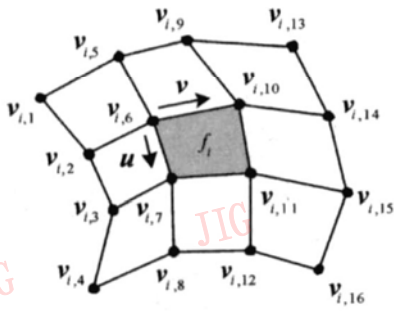


图 2 正则面的 1-邻域网格

Fig 2 1-neighborhood of regular face

$$v_v = \frac{3}{4}v_0 + \frac{1}{8}(v_1 + v_2) \quad (5)$$

v_1, v_2 为 v_0 的两个相邻的边界点。

由于细分规则的特殊性,有必要讨论边界附近的曲面性质。如图 3 所示,设加粗边 $v_1 v_2 v_3, v_3 v_6 v_9$ 是边界边,对边界边作对称延拓(见图 3 虚线部分),使得 $v_{i,j} = 2v_i - v_j, v_0 = 4v_3 - 2v_2 - 2v_6 + v_9$,则原控制网格的边界边 v 点变为内部边 v 点。在新的控制网格内对原边界边 v 点按照内部边 v 点的细分规则^[5]计算,所得到的新顶点的计算公式恰好为边界处的细分公式(4)、(5),故正则边界处的极限曲面仍为三次均匀 B 样条曲面。同时也可得到,开网格的每条正则网格线(定义见下节)对应的极限曲线是三次均匀 B 样条曲线。

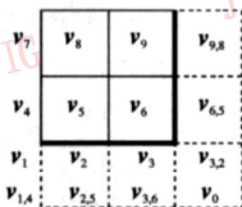


图 3 正则边界面及其对称延拓

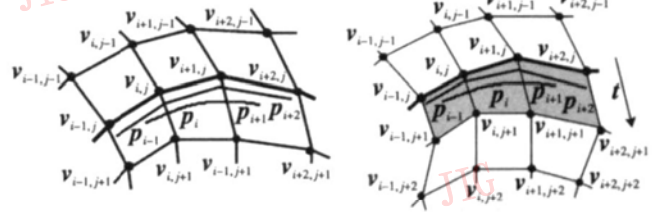
Fig 3 Regular boundary face and its symmetric protraction

2.3 C-C 细分表面上的局部等参数线

细分曲面没有全局参数域,故严格来说不存在等参数线。但 C-C 细分曲面在除了少数奇异点外的大部分区域都是三次均匀 B 样条曲面,而 B 样条具有有限支撑性,因此,可以在不含奇异点的区域指定局部等参数线。

定义 1 由控制网格的一系列首尾相连的边形成的(开或者闭)多边形称为网格线,如果网格线的任意两条边都不在同一网格面内且每条边的端点都是正则点,则称该网格线为正则网格线,正则网格线的 1-邻域网格组成正则网格带。

图 4(a)中加粗的边组成正则网格线,实心圆点组成的网格带为正则网格带。



(a) 参考曲线的 1-邻域

(b) 正则四边形网格带的 1-邻域

图 4 正则网格带及其定义的局部等参数线

Fig 4 Regular mesh strip and the local isoparametric curve it defined

定义 2 称正则网格线的极限曲线为细分曲面的一条局部等参数线,简称等参数线。

由 B 样条理论和张量积曲面的特点,每条正则网格线对应的等参数线的控制顶点 p_i 可由相应正则网格带的纵向 3 个控制顶点(如图 4(a))计算得到,其为

$$p_i = 1/6v_{i,j-1} + 2/3v_{i,j} + 1/6v_{i,j+1}$$

定义 3 如果两两对边相邻的四边形网格带的每个顶点为正则点,则称其为正则四边形网格带。

显然,正则四边形网格带(图 4(b)的阴影面)的 1-邻域顶点构成正则网格带,且该网格带定义的 C-C 细分曲面是三次均匀 B 样条曲面片。在该曲面片上取一条等参数线为参考曲线可以得到一族同向的等参数线,如图 4(b)所示,以加粗的网格线对应的等参数线为参考曲线,对应于参数 $t=0$ 正则四边形网格带的另一正则网格线定义的等参数线对应于 $t=1$,则任意 $t \in [0, 1]$ 定义了该曲面片上一条同向等参数线,其控制顶点 p_i 可以由纵向 4 个顶点:

$$p_i = N_0(t)v_{i,j-1} + N_1(t)v_{i,j} + N_2(t)v_{i,j+1} + N_3(t)v_{i,j+2}$$

3 基于最小扰动的 C-C 细分曲面形状修改

如前所述,细分曲面虽然不存在全局参数域,但在任意点局部参数化并可以在正则网格带定义局部等参数线。下面讨论如何在控制顶点扰动最小的情况下对曲面进行交互修改。

3.1 点约束

如图 1 所示,首先根据用户的输入设定参考点 $v_{i,1}$ 和参考面 f_i 并建立局部坐标系,坐标原点对应于

v_i 或 f_i 内的奇异点 (若 f_i 为奇异面), 用户输入待修改点 p_i 在该坐标系下的局部坐标 (u_b, v_i) 和位置改变量 Δp_b . 系统根据用户的输入确定待调整的控制顶点 $v_{i,j}$. 因为我们的目标是控制顶点的扰动量最小, 故只需局部调整对指定变形有影响的顶点。当 $(u_b, v_i) = (0, 0)$ 时取点 v_i 的 1-邻域顶点, 否则取面 f_i 的 1-邻域顶点作为待调整顶点 (设共有 N_i 个), 将这些顶点无重复地加入链表 `arr_vert`. 设

$s_i(u_b, v_i) = \sum_{j=1}^{N_i} a_{i,j} v_{i,j} = p_b$. 令 $A_i = (a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,N_i})$, 则由式 (1)、(3) 得

$$A_i = \begin{cases} \frac{1}{N_i(N_i+5)} (N_i^2-4, 1, \dots, 4, 1) & ((u_b, v_i) = (0, 0)) \\ b(u_b, v_i)^T P_k \bar{A} V \Lambda^{n-1} V^{-1} & ((u_b, v_i) \neq (0, 0)) \end{cases}$$

设顶点 $v_{i,j}$ 的调整量为 $\Delta v_{i,j}$ 则

$$\sum_{j=1}^{N_i} a_{i,j} (v_{i,j} + \Delta v_{i,j}) = p_i + \Delta p_i$$

故可得到如下约束方程:

$$\sum_{j=1}^{N_i} a_{i,j} \Delta v_{i,j} = \Delta p_i$$

写成矩阵形式为

$$A_i \cdot X_i = \Delta p_i \quad (6)$$

式中, $X_i = (\Delta v_{i,1}, \Delta v_{i,2}, \dots, \Delta v_{i,N_i})^T$.

3.2 点法矢约束

有时用户会对曲面某一点的位置和法矢同时施加约束, 类似点约束的情形建立局部坐标系并存储待调整的顶点和修改后的法矢 n_i . 由式 (1) ~ (3) 可得到以下约束方程:

$$\begin{cases} A_i \cdot X_i = \Delta p_i \\ B_i \cdot X_i \cdot n_i = -B_i \cdot C \cdot n_i \\ C_i \cdot X_i \cdot n_i = -C_i \cdot C \cdot n_i \end{cases} \quad (7)$$

其中,

$$B_i = \begin{cases} L_1 & ((u_b, v_i) = (0, 0)) \\ \frac{\partial}{\partial u} b(u_b, v_i)^T P_k \bar{A} V \Lambda^{n-1} V^{-1} & ((u_b, v_i) \neq (0, 0)) \end{cases}$$

$$C_i = \begin{cases} L_2 & ((u_b, v_i) = (0, 0)) \\ \frac{\partial}{\partial v} b(u_b, v_i)^T P_k \bar{A} V \Lambda^{n-1} V^{-1} & ((u_b, v_i) \neq (0, 0)) \end{cases}$$

$$L_1 = (0, A_N, c_b, c_1 + c_2, A_N, c_2, c_2 + c_3, \dots, c_N + c_{N+1})$$

$$L_2 = (0, A_N, c_b, c_0 + c_b, A_N, c_b, c_1 + c_2, \dots, c_{N-1} + c_N)$$

$$C = (v_{i,1}^T, v_{i,2}^T, \dots, v_{i,N_i}^T)^T$$

其中, 若 $(u_b, v_i) = (0, 0)$, $k = 2N + 1$ 否则 $k = 2N + 8$ 各顶点的标号顺序同图 1.

3.3 等参数线约束

如 2.3 节所述, 用户可以在控制网格上选取一条正则网格线, 以相应的等参数线为参考曲线, 系统给出一个参考方向 t , 用户根据 t 指定参数值 $t (t \in (-1, 1))$. 若待调整的曲线恰好为所选择的网格边对应的等参数线, 则输入 $t = 0$ 并将该网格线的 1-邻域网格顶点 (如图 4(a) 的圆点) 无重复地加入链表 `arr_vert`. 若待调整的等参数线在 t 的正向, 则输入正的参数值 ($t \in (0, 1)$), 系统检测该侧的网格面带 (如图 4(b) 的阴影面) 的正则性, 并存储正则四边形网格面带的 1-邻域顶点 (如图 4(b) 的圆点); 若待调整的曲线与 t 向相反, 则需输入负的参数值, 系统会对另一侧四边形网格带进行类似的处理。用户指定该等参数线每个控制顶点的修改量 Δd_b 由 2.3 节, 问题可转化为对控制顶点的约束: $\sum_j b_{i,j} \Delta v_{i,j} =$

Δd_b . 写成矩阵形式为

$$B_i X_i = \Delta d_i$$

式中,

$$B_i = \begin{cases} (1/6, 2/3, 1/6) & (t = 0) \\ (N_0(u_0), \dots, N_3(u_0)) & (t \neq 0) \end{cases}$$

$$X_i = \begin{cases} (\Delta v_{i,j-1}^T, \Delta v_{i,j}^T, \Delta v_{i,j+1}^T)^T & (t = 0) \\ (\Delta v_{i,j-1}^T, \Delta v_{i,j}^T, \Delta v_{i,j+1}^T, \Delta v_{i,j+2}^T)^T & (t \neq 0) \end{cases}$$

3.4 约束方程的求解

引理 1^[9] 设 A, B, C 分别为 $m \times n, p \times q, m \times q$ 阶已知矩阵, X 为 $n \times p$ 阶未知矩阵, 则矩阵方程 $AXB = C$ 可转化为线性方程组 $(B^T \otimes A) \text{vec}(X) = \text{vec}(C)$, 其中, $A \otimes B$ 为 A 与 B 的直积, $\text{vec}(A)$ 为矩阵 A 的列展开直直。

引理 2^[9] 如果线性方程组 $AX = b$ 是相容的, 则 $X = A^+ b$ 是其极小范数解; 如果 $AX = b$ 是矛盾方程组, 则 $X = A^+ b$ 是其极小最小二乘解。

前述所有约束都是定义在局部坐标系下的. 需要将其转化关于 `arr_vert` 中所有顶点扰动量的全局方程. 设点约束、等参数线约束和法矢约束的个数分别为 M_p, M_l 和 M_N , `arr_vert` 中的顶点总数为 n . 如果 $M_N \neq 0$ 则约束方程同时含有形如 $AXB = C$ 和 $DX = P$ 的矩阵方程. 由引理 1, 令

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} B^T \otimes A \\ E_3 \otimes D \end{bmatrix}, \bar{X} = \text{vec}(X), \bar{B} = \begin{bmatrix} \text{vec}(C) \\ \text{vec}(P) \end{bmatrix}$$

可将矩阵方程转化为线性方程组 $\bar{A}\bar{X} = \bar{B}$, 由引理 2 可得到基于广义逆矩阵的极小范数解: $\bar{X} = \bar{A}^+ \bar{B}$. 如果 $M_N = 0$ 则可以直接用广义逆求得矩阵方程

$AX = C$ 的极小范数解 $X = A^+ C$ 。

4 基于能量优化的 C-C 细分曲面修改

前面给出了基于最小扰动的 C-C 细分曲面修改算法, 适合于局部、微量调整, 当调整量比较大时曲面的光顺性会变差 (如图 5(c))。这是因为在求解过程中对曲面的光顺性没有施加任何约束。曲面的能量是反映其光顺程度的重要准则, 有多种能量表达方式^[10], 本文以最常用的薄板能为例讨论 C-C 细分曲面的约束优化修改。

对 C-C 细分曲面的任意网格面 f_i 。若 f_i 为内部正则面 (如图 2), 设

$$S_i(u, v) = (S_i^x(u, v), S_i^y(u, v), S_i^z(u, v))$$

则 $S_i(u, v)$ 的薄板能为

$$\begin{aligned} E(S_i) &= \iint (S_{uu}^2 + 2S_{uv}^2 + S_{vv}^2) du dv \\ &= \sum_{g=x,y,z} \iint (S_{uu}^g)^2 + 2(S_{uv}^g)^2 + (S_{vv}^g)^2 du dv \\ &= \text{vec}(C_i)^T (E_3 \otimes Q_0) \text{vec}(C_i) \end{aligned}$$

其中

$$Q_0 = \int_0^1 \int_0^1 (b_{uu} b_{uu}^T + 2b_{uv} b_{uv}^T + b_{vv} b_{vv}^T) du dv$$

若 f_i 为奇异面, 由文献 [11]

$$E(S_i) = \text{vec}(C_i)^T (E_3 \otimes Q_i) \text{vec}(C_i)$$

其中, $Q_i = \sum_{k=1}^3 \left| V^T \frac{(D_k)_{i,i}}{4 - \lambda_i \lambda_j} V \right|$, $\lambda_i = \Lambda(i, i)$,

$D_k = (P_k \bar{A} V)^T Q_0 (P_k \bar{A} V)$, 若 f_i 为边界面, 按照 2.2 节对 f_i 作对称延拓后按照内部正则面的情形处理即可。

同样, 上述能量矩阵都是相对于局部坐标系的, 需将其转化为关于所有顶点的全局矩阵。把调整后的能量矩阵相加得到总的能量矩阵 \bar{Q} 记所有顶点的位置调整量为 C , 令 $X = \text{vec}(C)$, $Q = E_3 \otimes \bar{Q}$ 用类似上节的方法建立全局约束方程 $AX = B$, 故可得到如下优化模型:

$$\begin{aligned} \text{Min } & X^T Q X \\ \text{s.t. } & AX = B \end{aligned}$$

可用罚函数法求解该模型, 令

$$f(X) = X^T Q X + \lambda (AX - B)^T (AX - B)$$

对 X 求导并令其为零可得线性方程

$$(Q + \lambda A^T A) X = \lambda A^T B \quad (8)$$

其中, 罚因子 λ 通常取比较大的正数。最后得到显式解为

$$X = \lambda (Q + \lambda A^T A)^+ A^T B$$

能量矩阵 Q 是一系列非负定矩阵的和, 矩阵 $\lambda A^T A$ 也是非负定的, 虽然没有严格的证明, 在大量实验中 $Q + \lambda A^T A$ 都是正定的, 故方程式 (8) 可以直接通过对 $Q + \lambda A^T A$ 取逆求解。

本文所给的两种曲面修改算法最终都转化为矩阵的线性运算, 而线性算子具有可逆性、交换性、结合性等特点, 因此, 两种算法也具有上述优良的性质: 每次修改都存在逆运算以“撤销”前面的操作; 所作的修改跟操作顺序无关; 修形具有可叠加性, 修改结果只跟最终的修改量有关而与中间过程无关。当然上述结论对能量法而言是指 λ 取值相同的情况。

5 算例比较

图 5 是对一个开曲面的修改, 约束条件为两条等参数线、一个指定点的位置、法矢及另一指定点的位置, 其改变量如图 5(a) 所示, 图 5(b) 中的圆点是局部相关的控制顶点, 图 5(c)、图 5(d) 分别是两种方法得到的修改结果。两种方法在 2.9GHz/512M 的 Pentium IV 计算机上的时间分别为 0.094s、4.219s。从图 5(c)、图 5(d) 的修改结果看, 最小二乘法是局部修改, 不会引起曲面的整体变形; 能量法能得到光顺性较好的曲面, 但曲面的整体变形比较大。

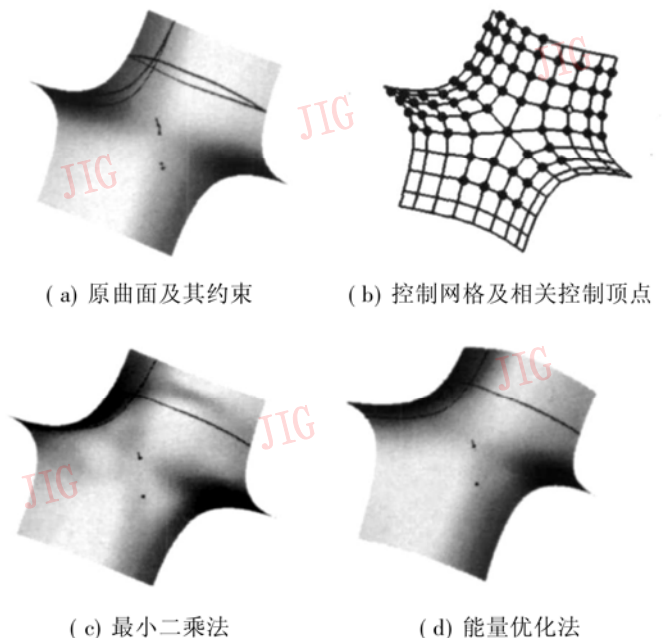


图 5 对开曲面的修改

Fig 5 Modification for surfaces with boundaries

图 6 是对一个闭曲面的修改, 约束条件为一条等参数线和一个指定点的位置、法矢。两种方法的

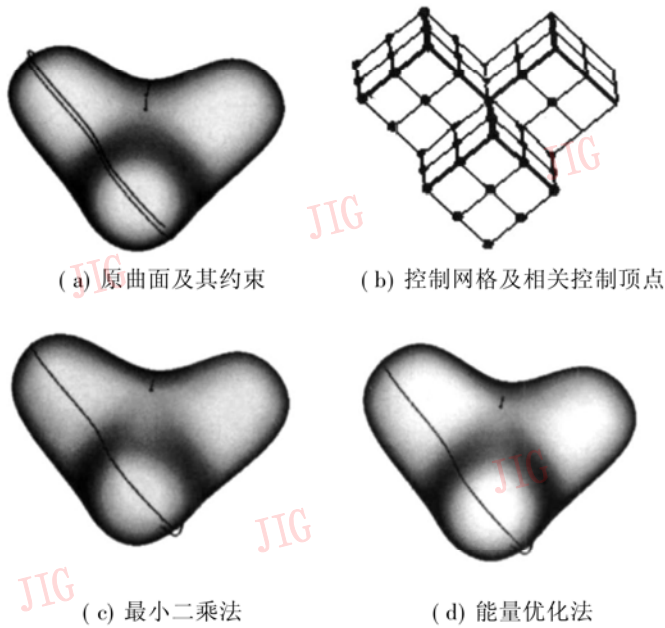


图 6 对闭曲面的修改

Fig 6 Modification for surfaces without boundaries

运行时间分别为 0.032s, 0.484s, 因为初始控制网格比较稀疏, 所以本例的运行时间较短, 所得曲面的光顺性也较好。如前节所述, 上述修改具有逆过程且与操作顺序无关。

6 结 论

通过局部参数化的方法, 对 C-C 细分曲面提出两种可同时满足指定点的位置、法矢、等参数线等多种几何约束的形状修改算法: 最小二乘法和能量优化法。前者仅对曲面作局部修改, 运行速度快, 修改量不大时也可以得到光顺的结果; 后者可最大限度地保持修改后的曲面的光顺性, 罚因子取得足够大时也可以满足给定的几何约束, 为了不引起曲面的整体变形可以施加更多的几何约束, 但该方法总的的时间耗费比较大。两种方法都可以转化成矩阵的线性运算, 便于实现; 由于待修改顶点与其修改量之间的线性关系, 本文的算法具有可逆、可交换、可叠加等特点。

由于等参数线定义在正则网格带上, 故对奇异点附近或通过奇异点的曲线不能施加约束, 这是有待进一步研究的问题。

参考文献 (References)

- 1 Piegil L. Modifying the shape of rational B-spline Part 2 surfaces [J]. Computer Aided Design, 1989, 21(9): 538~ 546
- 2 Au C K, Yuen M M F. Unified approach to NURBS curve shape modification [J]. Computer Aided-Design, 1995, 27(2): 85~ 93
- 3 Hu Shim in, Li You-fu, Ju Tao, et al. Modifying the shape of NURBS surfaces with geometric constraints [J]. Computer Aided Design, 2001, 33(12): 903~ 912
- 4 Wang Zhiguo, Zhou Laishui, Wang Xiaoping. Direct manipulation of B-spline surfaces [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 18(1): 103~ 108
- 5 Catmull E, Clark J. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes [J]. Computer Aided Design, 1978, 10(6): 350~ 355
- 6 Halstead M, Kass M, DeRose T. Efficient fair interpolation using catmull-clark surfaces [A]. In: Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH [C], Anaheim, California, United States, 1993, 35~ 44
- 7 Stam J. Exact evaluation of Catmull-Clark subdivision surfaces at arbitrary parameter values [A]. In: Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH [C], Orlando, Florida, United States, 1998, 395~ 404
- 8 Li Guirong. Modeling and Application of Subdivision Surfaces [D]. Beijing: Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, 2001 [李桂清. 细分曲面造型及其应用 [D]. 北京: 中国科学院计算技术研究所, 2001]
- 9 Dai Hua. Theory of Matrices [M]. Beijing: Science Press, 2001. [戴华著. 矩阵论 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.]
- 10 Wang Xue-fu, Cheng Fu-hua, Barsky B A. Energy and B-spline interpolation [J]. Computer Aided-Design, 1997, 29(7): 485~ 496
- 11 Zhou Hai, Zhou Laishui. Blending or filling parametric patches with subdivision surfaces through energy optimization [J]. China Mechanical Engineering, 2004, 15(17): 1515~ 1519 [周海, 周来水. 基于能量优化和细分的参数曲面混合和孔洞填充 [J]. 中国机械工程, 2004, 15(17): 1515~ 1519]